

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

Una finca agrícola cultiva tres tipos de plantas que producen: **tomates**, **pimientos** y **calabacines**. Estas plantas son susceptibles de sufrir una plaga que puede afectar su rendimiento. La finca utiliza tres métodos de control de plagas: **control biológico**, **pesticidas químicos** y **métodos orgánicos**. La efectividad de cada método varía según el tipo de planta.

- El **50%** del área está dedicada a **tomates**, el **30%** a **pimientos** y el **20%** a **calabacines**.
- Para los **tomates**, la finca utiliza **control biológico** en el **40%** de la finca, **pesticidas químicos** en el **30%** y **métodos orgánicos** en el **30%**.
- Para los **pimientos**, la finca utiliza **control biológico** en el **30%**, **pesticidas químicos** en el **40%** y **métodos orgánicos** en el **30%**.
- Para los **calabacines**, se utiliza **control biológico** en el **20%**, **pesticidas químicos** en el **50%** y **métodos orgánicos** en el **30%**.

La efectividad de cada método de control para evitar la plaga, en porcentaje, es la siguiente:

- Para los **tomates**:
 - El **control biológico** tiene un **85%** de efectividad.
 - Los **pesticidas químicos** tienen un **95%** de efectividad.
 - Los **métodos orgánicos** tienen un **80%** de efectividad.

Información sobre las PAU 2025 - Modelo

- Para los **pimientos**:
 - El **control biológico** tiene un **80%** de efectividad.
 - Los **pesticidas químicos** tienen un **90%** de efectividad.
 - Los **métodos orgánicos** tienen un **75%** de efectividad.
- Para los **calabacines**:
 - El **control biológico** tiene un **70%** de efectividad.
 - Los **pesticidas químicos** tienen un **85%** de efectividad.
 - Los **métodos orgánicos** tienen un **65%** de efectividad.

Responda a todos los apartados

- 1.1 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que una planta seleccionada al azar en toda la finca esté libre de plagas (sin importar qué tipo de planta ni el método utilizado)?
- 1.2 **(0.75 puntos)** Si se sabe que una planta seleccionada está libre de plagas, ¿cuál es la probabilidad de que esa planta sea un pimiento?
- 1.3 **(1 punto)** Un consumidor compra 11 tomates que han sido controlados mediante métodos orgánicos. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 3 de ellos hayan evitado los efectos de la plaga?

PREGUNTA 2: ÁLGEBRA (2,5 puntos)

Responda al apartado 2.1 o al apartado 2.2

2.1 Responda a todos los subapartados siguientes:

Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x - y + az = -2 \\ -x + 2y - az = 3 \\ ax + y + z = 2 \end{cases}$$

donde a es un parámetro real. Se pide:

2.1.1 (1.25 puntos) Discutir el sistema en función del parámetro a .

2.1.2 (1.25 puntos) Calcular las soluciones del sistema cuando éste sea compatible.

2.2 Responda a todos los subapartados siguientes:

Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Obtener (con los cálculos intermedios necesarios, así como con la mención explícita de los teoremas o propiedades utilizados):

2.2.1 (1.25 puntos) Las matrices A^{-1} y $B = A^3 - 3A^2 + 5A$.

2.2.2 (1.25 puntos) Los valores α y β tales que $\alpha A^2 + \beta A + U = A^{-1}$.

PREGUNTA 3: GEOMETRÍA (2,5 puntos)

Responda al apartado 3.1 o al apartado 3.2

3.1 Responda a todos los subapartados siguientes:

Dadas las rectas $r: \begin{cases} y - z = 0 \\ 2x + z = 0 \end{cases}$ y $s: (x - 2)/(-1) = y/3 = z + 2$, obtener:

3.1.1 **(1.25 puntos)** La ecuación del plano π paralelo a ambas y que pase por el origen.

3.1.2 **(1.25 puntos)** La distancia de un punto de r y de un punto de s al plano π .

3.2 Responda a todos los subapartados siguientes:

Dadas la recta r y el plano π , de ecuaciones $r = \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{4}$ y $\pi = ax + y - z = b$, con a y b parámetros reales, obtener:

3.2.1 **(1 punto)** Los valores del parámetro a para los que r y π se cortan en un único punto y calcular las coordenadas de dicho punto en función del parámetro a .

3.2.2 **(1.5 puntos)** Los valores de a y b tales que la recta r esté contenida en el plano π y los valores de los parámetros para que la recta r no corte al plano π .

PREGUNTA 4: ANÁLISIS (2,5 puntos)

Responda al apartado 4.1 o al apartado 4.2

4.1 Responda a todos los subapartados siguientes:

Se dan las funciones polinómicas $f(x) = -x^2 + x + 2$ y $g(x) = x^2 - b$, siendo b un parámetro real.
Obtener:

4.1.1 (1.25 puntos) El valor de b para que uno de los puntos de intersección de las curvas $y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - b$ sea el punto $P = (-1, 0)$. Un esquema de las curvas $y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - 1$.

4.1.2 (1.25 puntos) El área de la superficie finita encerrada entre las curvas $y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - 1$.

4.2 Responda a todos los subapartados siguientes:

Una ventana Norman está formada por un rectángulo y un semicírculo. El semicírculo está apoyado sobre el lado horizontal superior del rectángulo, que coincide con el diámetro horizontal del semicírculo. La base del rectángulo mide x y su altura mide y , por lo que el diámetro del semicírculo mide x .

Obtener:

4.2.1 (1 punto) La expresión $S(x)$ que da el área de una ventana Norman de perímetro 5 metros en función de su anchura x .

4.2.2 (1.5 puntos) El valor de x para el que la función $S(x)$ tenga un máximo relativo y el valor de dicha área máxima.

Tabla de la distribución binomial

Tabla de la distribución Binomial (Bin(n,p)) $F(x) = P(X \leq x) = \sum_{k=1}^x \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

n	k	p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
1	0		0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6667	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000
	1		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0		0,9801	0,9025	0,8100	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3600	0,3025	0,2500
	1		0,9999	0,9975	0,9900	0,9600	0,9375	0,9100	0,8889	0,8775	0,8400	0,7975	0,7500
	2		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	0		0,9703	0,8574	0,7290	0,5120	0,4219	0,3430	0,2963	0,2746	0,2160	0,1664	0,1250
	1		0,9997	0,9928	0,9720	0,8960	0,8438	0,7840	0,7407	0,7183	0,6480	0,5748	0,5000
	2		1,0000	0,9999	0,9990	0,9920	0,9844	0,9730	0,9630	0,9571	0,9360	0,9089	0,8750
	3		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	0		0,9606	0,8145	0,6561	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0,0915	0,0625
	1		0,9994	0,9860	0,9477	0,8192	0,7383	0,6517	0,5926	0,5630	0,4752	0,3910	0,3125
	2		1,0000	0,9995	0,9963	0,9728	0,9492	0,9163	0,8889	0,8735	0,8208	0,7585	0,6875
	3		1,0000	1,0000	0,9999	0,9984	0,9961	0,9919	0,9877	0,9850	0,9744	0,9590	0,9375
	4		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	0		0,9510	0,7738	0,5905	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0313
	1		0,9990	0,9774	0,9185	0,7373	0,6328	0,5282	0,4609	0,4284	0,3370	0,2562	0,1875
	2		1,0000	0,9988	0,9914	0,9421	0,8965	0,8369	0,7901	0,7648	0,6826	0,5931	0,5000
	3		1,0000	1,0000	0,9995	0,9933	0,9844	0,9692	0,9547	0,9460	0,9130	0,8688	0,8125
	4		1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9990	0,9976	0,9959	0,9947	0,9898	0,9815	0,9688
	5		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
6	0		0,9415	0,7351	0,5314	0,2621	0,1780	0,1176	0,0878	0,0754	0,0467	0,0277	0,0156
	1		0,9985	0,9672	0,8857	0,6554	0,5339	0,4202	0,3512	0,3191	0,2333	0,1636	0,1094
	2		1,0000	0,9978	0,9842	0,9011	0,8306	0,7443	0,6804	0,6471	0,5443	0,4415	0,3438
	3		1,0000	0,9999	0,9987	0,9830	0,9624	0,9295	0,8999	0,8826	0,8208	0,7447	0,6563
	4		1,0000	1,0000	0,9999	0,9984	0,9954	0,9891	0,9822	0,9777	0,9590	0,9308	0,8906
	5		1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9993	0,9986	0,9982	0,9959	0,9917	0,9844
	6		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000